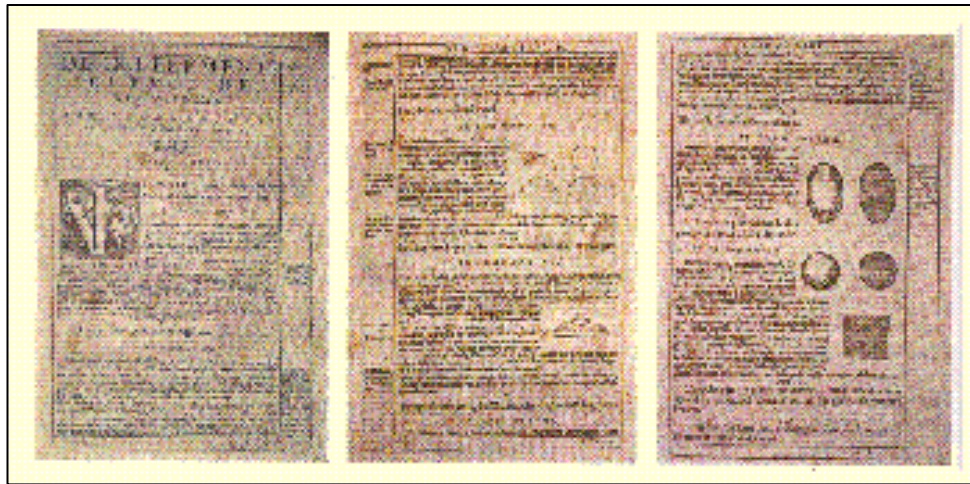


# LA GEOMETRIA EUCLIDEA: GLI "ELEMENTI"



Gli **Elementi** sono sostanzialmente un trattato organico sulle parti fondamentali della geometria e dell'aritmetica, nei quali Euclide riuscì ad ordinare e a completare i risultati raggiunti dai suoi predecessori.

Gli Elementi sono suddivisi in **13 Libri**, i primi 6 riguardano la **geometria piana**, i successivi 3 la **teoria dei numeri**, il decimo tratta degli **incommensurabili** e gli ultimi 3 riguardano la **geometria solida**.

## IL LIBRO PRIMO

Il **Libro I** inizia con l'elenco degli elementi di partenza:

**23 Termini, 5 Postulati e 5 Nozioni Comuni**

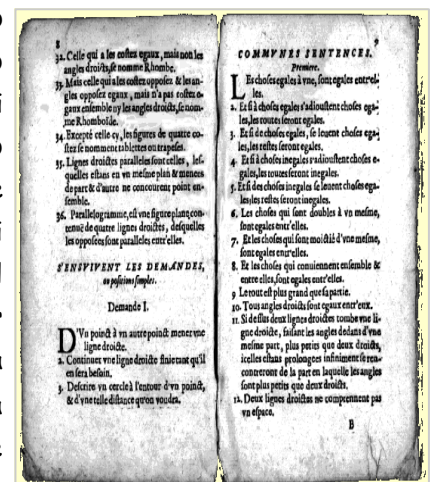
I **Termini** potrebbero essere interpretati come descrizioni di enti geometrici supposti già esistenti; Euclide suppone che chi legge deve avere già un'idea di questi enti e quindi li descrive come "oggetti geometrici" che possono comunque essere disegnati con riga e compasso.

I **Postulati** sono proposizioni primitive che si riferiscono agli enti geometrici definiti in precedenza. Essi avrebbero carattere essenzialmente costruttivo e garantirebbero l'esistenza di certi elementi.

Le **Nozioni Comuni**, dette anche **Assiomi**, sono anch'esse delle nozioni primitive riguardanti però non solo la geometria e si potrebbe dire che sono "regole di ragionamento".



La maggior parte delle proposizioni del Libro I sono familiari agli studenti di scuola superiore che abbiano seguito un corso di geometria. Esse comprendono i teoremi sulla congruenza dei triangoli, riguardano semplici costruzioni con riga e compasso, disuguaglianze relative ai lati e agli angoli di un triangolo, proprietà di rette parallele e terminano con la dimostrazione del teorema di Pitagora e del suo reciproco. E' facile per noi, alla luce degli sviluppi successivi, criticare l'opera di Euclide ma non dimentichiamo che per più di duemila anni gli Elementi hanno costituito la più rigorosa e razionale sistemazione della matematica.



# I Termini

- I** **Punto** è ciò che non ha parti
- II** **Linea** è lunghezza senza larghezza
- III** **Estremi** di una linea sono punti
- IV** **Linea retta** è quella che giace ugualmente rispetto ai punti su essa
- V** **Superficie** è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza
- VI** Estremi di una superficie sono linee
- VII** **Superficie piana** è quella che giace ugualmente rispetto alle rette su essa
- VIII** **Angolo piano** è l'inclinazione reciproca di due linee su un piano, le quali si incontrino fra loro e non giacciono in linea retta
- IX** Quando le linee che comprendono l'angolo sono rette, l'angolo si chiama rettilineo  
Quando una **retta innalzata** su una (altra) retta forma gli angoli adiacenti uguali tra loro, ciascuno dei due angoli uguali è retto, e la retta innalzata si chiama **perpendicolare** a quella su cui è innalzata
- X**
- XI** **Angolo ottuso** è quello maggiore di un retto
- XII** **Angolo acuto** è quello minore di un retto
- XIII** **Termine** è ciò che è estremo di qualche cosa
- XIV** **Figura** è ciò che è compreso da uno o più termini  
**Cerchio** è una figura piana compresa da un'unica linea (che si chiama circonferenza) tale che tutte le rette, le quali cadano sulla (stessa) linea, (cioè sulla circonferenza del cerchio), a partire da un punto fra quelli che giacciono internamente alla figura, sono uguali fra loro.
- XV**
- XVI** Quel punto si chiama **centro del cerchio**.
- XVII** **Diametro del cerchio** è una retta condotta per il centro e terminata da ambedue le parti dalla circonferenza del cerchio, la quale retta taglia anche il cerchio per metà
- XVIII** **Semicerchio** è la figura compresa dal diametro e dalla circonferenza da esso tagliata. E centro del semicerchio è quello stesso che è anche centro del cerchio.  
**Figure rettilinee** sono quelle comprese da rette, vale a dire: figure trilatera quelle comprese da tre rette, quadrilatera quelle comprese da quattro, e multilatera quelle comprese da più di quattro rette.
- XIX**
- XX** Delle **figure trilatera**, è un **triangolo equilatero** quello che ha i tre lati uguali, **isoscele** quello che ha soltanto due lati uguali, e **scaleno** quello che ha i tre lati disuguali.
- XXI** Infine, delle figure trilatera, è **triangolo rettangolo** quello che ha un angolo retto, **ottusangolo** quello che ha un angolo ottuso, ed **acutangolo** quello che ha i tre angoli acuti.
- XXII** Delle **figure quadrilatera**, è quadrato quella che è insieme equilatera ed ha gli angoli retti, rettangolo quella che ha gli angoli retti, ma non è equilatera, **rombo** quella che è equilatera, ma non ha gli angoli retti, romboide quella che ha i lati e gli angoli opposti uguali fra loro, ma non è equilatera né ha gli angoli retti. E le figure quadrilatera oltre a queste si chiamano **trapezi**
- XXIII** **Parallele** sono quelle rette che, essendo nello stesso piano e venendo prolungate illimitatamente dall'una e dall'altra parte, non si incontrano fra loro da nessuna delle due parti.

# I Postulati

## Risulti postulato:

- I** Che si possa condurre una linea retta da un qualsiasi punto ad ogni altro punto.
- II** E che una retta terminata (=finita) si possa prolungare continuamente in linea retta.
- III** E che si possa descrivere un cerchio con qualsiasi centro ed ogni distanza (=raggio)
- IV** E che gli angoli retti siano uguali fra loro.

**V** E che, se una retta venendo a cadere su due rette forma gli angoli interni e dalla stessa parte minori di due retti (=tali che la loro somma sia minore di due retti), le due rette prolungate illimitatamente verranno ad incontrarsi da quella parte in cui sono gli angoli minori di due retti (=la cui somma è minore di due retti). ( FIG. A)

## ALTRA FORMA DEL QUINTO POSTULATO

Il quinto postulato è noto anche come **POSTULATO DELLE PARALLELE**, poiché da esso si può ricavare un postulato equivalente il quale afferma che :  
" Per un punto esterno ad una retta passa una sola parallela alla retta data.

## Le Nozioni Comuni

- I** Cose che sono uguali ad una stessa cosa sono uguali anche tra loro.
- II** Se cose uguali sono addizionate a cose uguali, le totalità sono uguali.
- III** E se da cose uguali sono sottratte cose uguali, i resti sono uguali.
- IV** E cose che coincidono fra loro sono fra loro uguali.
- V** Ed il tutto è maggiore della parte.